ASSOCIAZIONE CULTURALE MATEMUPPER
Sede Legale: Via venosa, 10 – 20137 Milano (MI)
Sede Operativa: Via Bergamo, 7 – 20135 Milano (MI)
Codice Fiscale: 97785560158
Tel: +39 375 531 6594
e-mail: matemupper@matemupper.com
Web: matemupper.com

Soluzioni degli esercizi

1. È sufficiente calcolare la derivata prima e seconda delle funzioni date. Nel caso di leggi orarie vettoriali le derivate di ogni componente danno le componenti delle funzioni cercate.
   - $v(t) = (8t-3)e^{4t^2-3t+1}$, $a(t) = (64t^2-48t-1)e^{4t^2-3t+1}$
   - $\vec{v}(t) = (3(2t-2)\cos(t^2-2t), -3(2t-2)\sin(t^2-2t))$
     $\vec{a}(t) = (-(4t^2-8t+13)\sin(t^2-2t), -(4t^2-8t+13)\cos(t^2-2t))$
   - $\vec{v}(t) = (3, -2, t+3)$, $\vec{a}(t) = (0,0,1)$
2. Per ottenere la forza ricordiamo che vale $\vec{F}(\vec{r}) = -\nabla v(\vec{r})$, dove $\nabla V(\vec{r})$ è il vettore delle derivate parziali di V rispetto alle coordinate. Inoltre ricordiamo che il modulo di un vettore $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ è dato da $\|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.
   - $F(x) = -\frac{1}{(x-4)^2}$
   - $F(x) = -2x - \frac{1}{x^2}$
   - $\vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(x,y) = (-4x, -4y) = -4\vec{r}$,
     con modulo $F(x,y) = 4\sqrt{x^2+y^2} = 4\|\vec{r}\|$
   - $\vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(x,y,z) = \frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}(x,y,z) = \frac{1}{\|\vec{r}\|^{\frac{3}{2}}}\vec{r}$,
     con modulo $F(\vec{r}) = \frac{\|\vec{r}\|}{\|\vec{r}\|^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\|\vec{r}\|^2} = \frac{1}{x^2+y^2+z^2}$
3. Ricordiamo che il potenziale della forza elastica esercitata da una molla fissata in un punto x_0 è dato da $V(x) = \frac{1}{2}k(x-x_0)^2$, dove k è la costante elastica della molla. Dunque l'energia potenziale della nostra particella sarà dato da

   $$V(x) = \frac{1}{2}k(x-1)^2 + k(x+1)^2 = \frac{3}{2}kx^2 + kx + \frac{3}{2}k$$

   che ha minimo in $x_m = -\frac{k}{3k} = -\frac{1}{3}$.
   Poichè $F(x) = -\frac{d}{dx}V(x)$ abbiamo che $F(x_m) = 0$. Questo è un fatto generale: *i punti di equilibrio di un sistema meccanico sono i punti stazionari dell'energia potenziale.*